

CONSTRUÇÕES DE CONCRETO ARMADO II

RESUMO 01: SEÇÃO RETANGULAR – ARMADURA SIMPLES E DUPLA

❖ **MATERIAIS**

- **Aço**

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$CA\ 50 \rightarrow f_{yk} = 5000\ \text{kgf/cm}^2 \Rightarrow f_{yd} = 4348\ \text{kgf/cm}^2$$

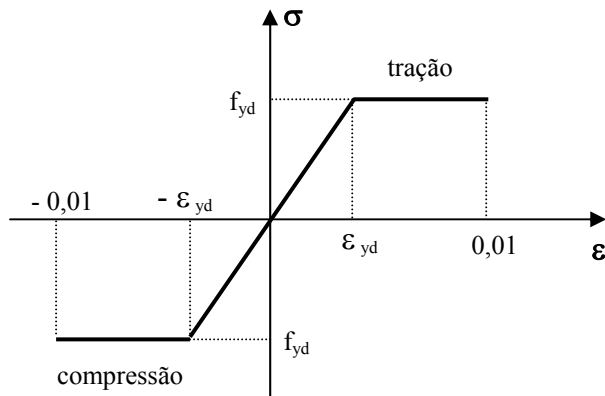


Diagrama Tensão x Deformação

Simplificado para o Aço

$$\text{Aço CA - 50} \Rightarrow \epsilon_{yd} = 0,00207$$

$$E_s = 210000\ \text{MPa}$$

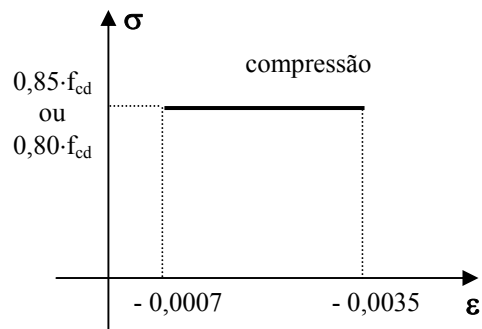
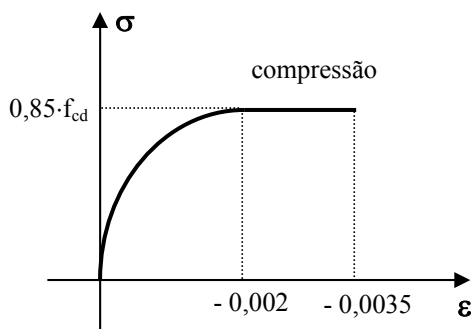
- **Concreto**

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \rightarrow \text{concreto comprimido}$$

$$f_{td} = \frac{f_{tk}}{\gamma_c} \rightarrow \text{concreto tracionado}$$

- $\gamma_c = 1,4 \rightarrow$ nos casos gerais
- $\gamma_c = 1,3 \rightarrow$ peças pré-moldadas sob rigoroso controle
- $\gamma_c = 1,5 \rightarrow$ peças em condições desfavoráveis

Diagramas Tensão x Deformação Simplificados para o Concreto

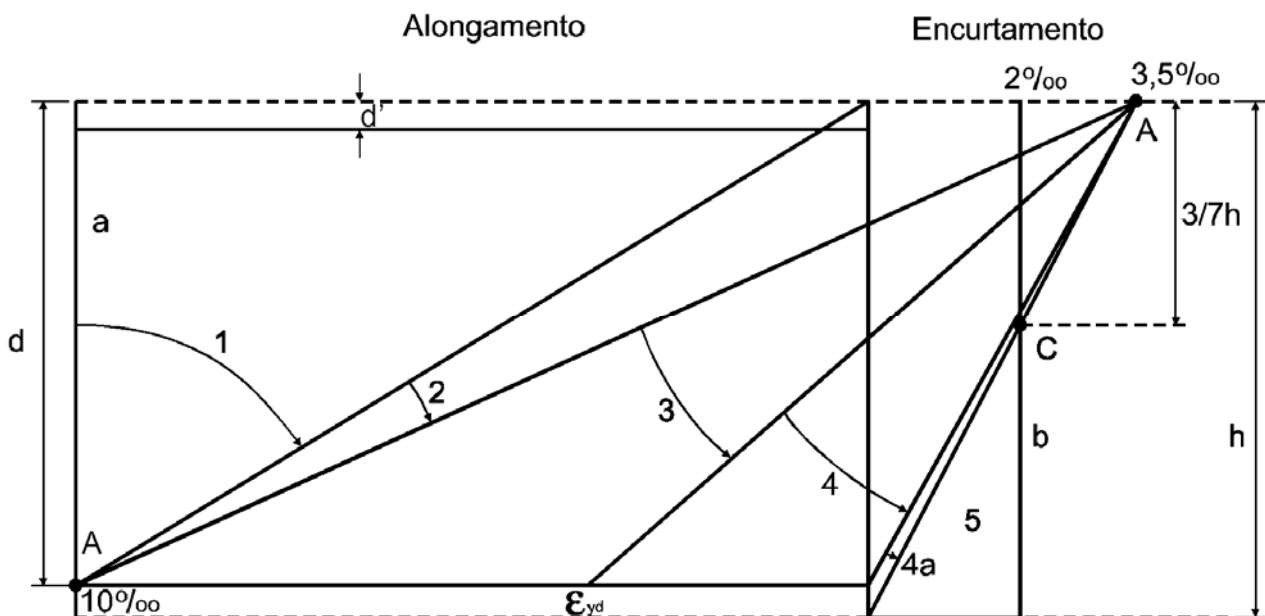


$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad , \quad E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad [\text{MPa}]$$

❖ HIPÓTESES BÁSICAS DE CÁLCULO

- As seções planas permanecem planas depois de fletidas: as deformações são proporcionais à distância à linha neutra da seção.
- Aderência perfeita entre concreto e armadura: a deformação de uma barra da armadura é admitida igual a deformação das fibras de concreto adjacentes.
- A tensão de tração normal à seção do concreto é desprezada: a tensão no concreto na zona da seção transversal sujeita a alongamentos é nula.
- Estado Limite Último na flexão ocorre quando: a deformação de encurtamento do concreto (ϵ_{cu}) atinge 0,0035 (esmagamento do concreto); ou a deformação de alongamento na armadura tracionada (ϵ_{su}) atinge 0,01 (alongamento plástico excessivo da armadura).

❖ DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO



Domínio 1 : Tem início com $\epsilon_s = 0,01$ e $\epsilon_c = 0,01$, sendo a reta “a” ($x = -\infty$) o estado de tração uniforme, seu término corresponde a $\epsilon_s = 0,01$ e $\epsilon_c = 0$ (linha neutra $x_{12} = 0$). Tração não uniforme sem compressão.

Domínio 2 : Flexão simples ou composta sem ruptura a compressão do concreto ($|\epsilon_c| < 0,0035$), terminando com $\epsilon_s = 0,01$ e $\epsilon_c = -0,0035$ (linha neutra $x_{23} = 0,259 \cdot d$).

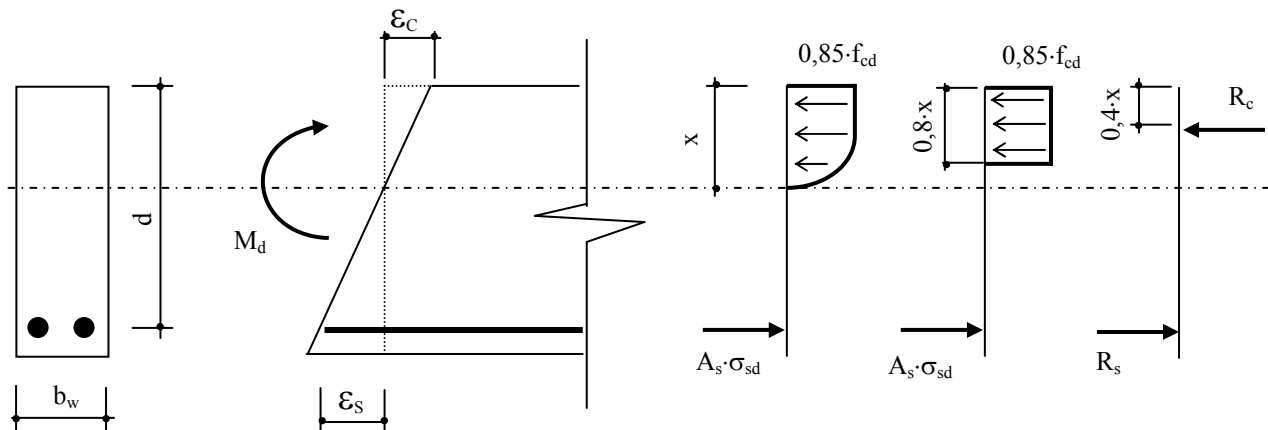
Domínio 3 : Flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura do concreto e escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$). Seu término corresponde $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$ e $\varepsilon_c = -0,0035$ (linha neutra para aço CA-50A $x_{34} = 0,628 \cdot d$). Situação ideal, pois os dois materiais atingem sua capacidade resistente máxima.

Domínio 4 : Flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura do concreto e sem escoamento do aço. Deve ser evitado por apresentar ruptura frágil e não utilizar toda capacidade resistente do aço. Tem seu término com $\varepsilon_s = 0$ e $\varepsilon_c = -0,0035$ (linha neutra $x_{44a} = d$).

Domínio 4a : Flexão composta com armaduras comprimidas e pequena zona de concreto tracionado. Termina com a linha neutra $x_{4a5} = h$, ou seja $\varepsilon_s < 0$ e $\varepsilon_c = -0,0035$.

Domínio 5 : Compressão não uniforme, sem tração. A reta de deformação gira em torno do ponto "C". Terminando com $\varepsilon_s = -0,002$ e $\varepsilon_c = -0,002$ (linha neutra $x = +\infty$) na reta "b" de compressão uniforme.

❖ CÁLCULO DA ARMADURA LONGITUDINAL – ARMADURA SIMPLES



Admitindo domínio 3 (escoamento da armadura), tem-se $\sigma_{sd} = f_{yd}$.

$$M_d - R_c \cdot (d - 0,4 \cdot x) = 0 \quad , \quad R_c = 0,8 \cdot x \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot f_{cd} = 0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x$$

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d^2}} \right) \quad , \quad \text{obedecendo } x \leq x_{lim}$$

$x_{lim} = 0,5 \cdot d$ (para $f_{ck} \leq 35 \text{MPa}$), ver detalhes na norma NBR6118, item 14.6.4.3.

$$M_d - R_s \cdot (d - 0,4 \cdot x) = 0 \quad , \quad R_s = A_s \cdot f_{yd}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)}$$

❖ TABELAS TIPO K – DIMENSIONAIS

De modo a facilitar o cálculo manual foram desenvolvidas tabelas que simplificam as expressões envolvidas no dimensionamento da armadura longitudinal. As tabelas são formadas pelos coeficientes k_c (concreto) e k_s (aço), fornecendo também o parâmetro ξ que é a posição relativa da linha neutra ($\xi = x/d$). Um cuidado a ser tomado é a observância das unidades, uma vez que os coeficientes, dados abaixo, não são adimensionais:

$$k_c = \frac{b_w \cdot d^2}{M_k} \quad , \quad k_s = \frac{A_s \cdot d}{M_k}$$

A formulação das tabelas pode ser obtida das expressões que encontramos anteriormente para a posição da linha neutra (x) e para a armadura longitudinal de tração (A_s).

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d^2}} \right) \quad , \quad A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)}$$

Encontramos k_c na primeira expressão :

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\gamma_f}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot k_c}} \right) \Rightarrow 0,8 \cdot \frac{x}{d} - 1 = - \sqrt{1 - \frac{\gamma_f}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot k_c}}$$

Elevando ao quadrado e encontrando ξ :

$$(0,8 \cdot \xi - 1)^2 = 1 - \frac{\gamma_f}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot k_c} \Rightarrow \frac{\gamma_f}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot k_c} = 1 - (0,8 \cdot \xi - 1)^2$$

Finalmente, a expressão de k_c em função de ξ :

$$k_c = \frac{\gamma_c \cdot \gamma_f}{0,425 \cdot f_{ck} \cdot (1 - (0,8 \cdot \xi - 1)^2)}$$

Da segunda expressão, após pequena modificação, surge k_s :

$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot M_k}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \cdot d/d} \Rightarrow \frac{A_s}{M_k} = \frac{\gamma_f \cdot \gamma_s}{f_{yk} \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) \cdot d} \Rightarrow k_s = \frac{\gamma_f \cdot \gamma_s}{f_{yk} \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi)}$$

Deste modo pode-se atribuir valores a ξ (intervalos de 0,01 por exemplo), criando uma tabela que para cada k_c fornece k_s e ξ . Na tabela a seguir foram adotadas as seguintes unidades:

f_{ck} [MPa] , f_{yk} [MPa] , M_k [kN·m] , b_w [cm] , d [cm] , A_s [cm²]

Fato que gerou os seguintes ajustes nas expressões de k_c e k_s :

$$k_c = \frac{1000 \cdot \gamma_c \cdot \gamma_f}{0,425 \cdot f_{ck} \cdot (1 - (0,8 \cdot \xi - 1)^2)} \quad , \quad k_s = \frac{1000 \cdot \gamma_f \cdot \gamma_s}{f_{yk} \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi)}$$

TABELA PARA DIMENSIONAMENTO DE SEÇÃO RETANGULAR**ARMADURA SIMPLES** **f_{ck} 25 MPa****Aço CA 50**

| ξ | k_c | k_s | ξ | k_c | k_s |
|-------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 0,01 | 11575,7 | 3,233 | 0,26 | 494,9 | 3,594 |
| 0,02 | 5811,2 | 3,246 | 0,27 | 478,7 | 3,610 |
| 0,03 | 3889,8 | 3,259 | 0,28 | 463,7 | 3,626 |
| 0,04 | 2929,2 | 3,272 | 0,29 | 449,7 | 3,643 |
| 0,05 | 2352,9 | 3,286 | 0,3 | 436,7 | 3,659 |
| 0,06 | 1968,8 | 3,299 | 0,31 | 424,6 | 3,676 |
| 0,07 | 1694,5 | 3,313 | 0,32 | 413,2 | 3,693 |
| 0,08 | 1488,8 | 3,326 | 0,33 | 402,5 | 3,710 |
| 0,09 | 1328,9 | 3,340 | 0,34 | 392,5 | 3,727 |
| 0,10 | 1201,0 | 3,354 | 0,35 | 383,0 | 3,744 |
| 0,11 | 1096,4 | 3,368 | 0,36 | 374,1 | 3,762 |
| 0,12 | 1009,2 | 3,382 | 0,37 | 365,7 | 3,779 |
| 0,13 | 935,5 | 3,397 | 0,38 | 357,8 | 3,797 |
| 0,14 | 872,4 | 3,411 | 0,39 | 350,3 | 3,815 |
| 0,15 | 817,7 | 3,426 | 0,40 | 343,1 | 3,833 |
| 0,16 | 769,9 | 3,440 | 0,41 | 336,4 | 3,852 |
| 0,17 | 727,7 | 3,455 | 0,42 | 329,9 | 3,870 |
| 0,18 | 690,2 | 3,470 | 0,43 | 323,8 | 3,889 |
| 0,19 | 656,7 | 3,485 | 0,44 | 318,0 | 3,908 |
| 0,20 | 626,6 | 3,500 | 0,45 | 312,5 | 3,927 |
| 0,21 | 599,4 | 3,515 | 0,46 | 307,2 | 3,946 |
| 0,22 | 574,6 | 3,531 | 0,47 | 302,1 | 3,966 |
| 0,23 | 552,1 | 3,546 | 0,48 | 297,3 | 3,985 |
| 0,24 | 531,4 | 3,562 | 0,49 | 292,7 | 4,005 |
| 0,25 | 512,4 | 3,578 | 0,50 | 288,2 | 4,025 |

FORMULÁRIO $k_c = \frac{b_w \cdot d^2}{M_k}$ $A_s = \frac{k_s \cdot M_k}{d}$

UNIDADES $b \Rightarrow cm$ $M_k \Rightarrow kNm$
 $d \Rightarrow cm$ $A_s \Rightarrow cm^2$

❖ EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Desenvolver o dimensionamento da armadura longitudinal de tração de uma viga de concreto armado de seção retangular (20cm x 50cm) cujo esquema estático é uma barra bi-apoiada com ambos apoios nas extremidades e distância entre eixos de apoios 6,00m. Sabendo que, além do peso próprio, esta viga recebe a contribuição de $12,5^{\text{kN}}/\text{m}$ de uma laje metálica de piso (incluindo a sobrecarga) e suporta uma alvenaria de 2,5m de altura com peso de $2,0^{\text{kN}}/\text{m}^2$.

Dados do projeto :

$f_{ck} = 25\text{MPa}$; aço CA 50 ; $\gamma_c = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$; $\gamma_f = 1,4$

Admitir cobrimento $c = 2\text{cm}$ e diâmetro do estribo $\phi_t = 5\text{mm}$ para alojamento das barras

Resposta: $A_s = 7,3\text{cm}^2 - 4 \phi 16\text{mm}$

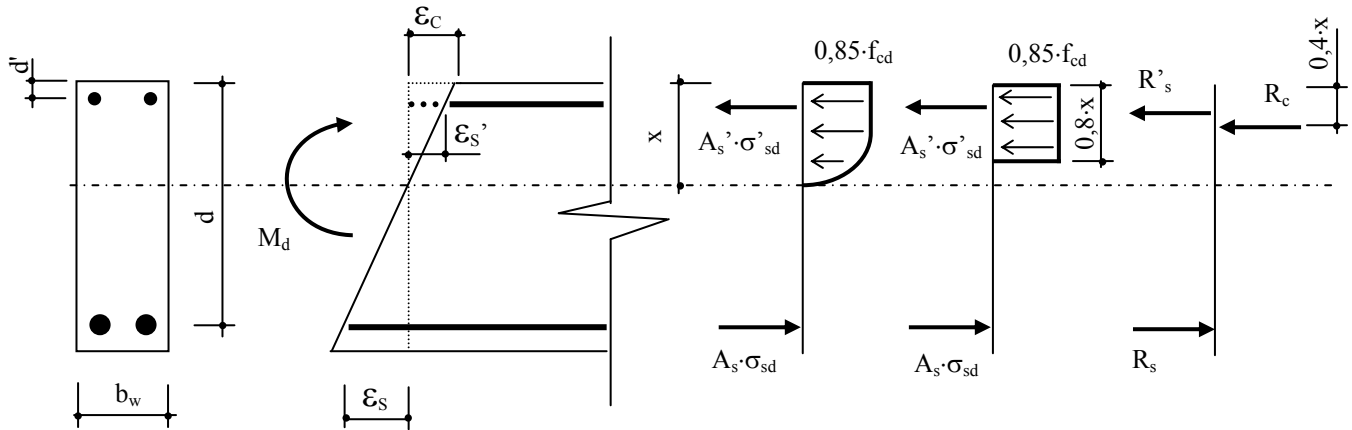
2) Determinar o carregamento máximo admissível (incluindo peso próprio) para a viga calculada no item anterior, admitindo a armadura longitudinal de tração com 6 $\phi 16\text{mm}$, dispostos 3 na primeira camada e 3 na segunda. Admitir os demais dados do projeto conforme item anterior.

Resposta: $p = 30^{\text{kN}}/\text{m}$

❖ ARMADURA DUPLA

O termo ‘armadura dupla’ aplica-se a situação de utilização de armaduras solicitadas à tração (A_s) e à compressão (A_s'). Este artifício de utilizar armadura à compressão auxiliando o concreto visa evitar o dimensionamento em domínio 4, quando não existe a possibilidade de aumentar a altura da viga ou a resistência do concreto. Portanto não inicia-se um dimensionamento como armadura dupla, é uma opção quando ocorre $x > x_{lim}$.

❖ CÁLCULO DA ARMADURA LONGITUDINAL – ARMADURA DUPLA



$$R_c = 0,8 \cdot x_{lim} \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot f_{cd} = 0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x_{lim}$$

$$R_s = A_s \cdot f_{yd} \quad R'_s = A_s' \cdot f_{yd}$$

$$R_s = R_{s1} + R_{s2} \quad R_{s1} = R_c \quad R_{s2} = R'_s$$

$$M_d = M_1 + M_2 \quad M_1 = R_{s1} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad M_2 = R_{s2} \cdot (d - d')$$

$$A_s = \frac{R_s}{f_{yd}} \quad A_s' = \frac{R'_s}{\sigma'_{sd}}$$

Se $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd} \rightarrow \sigma'_{sd} = f_{yd}$, caso contrário: $\sigma'_{sd} = \epsilon_s' \cdot E_s$

Onde $\epsilon_s' = \frac{0,0035 \cdot (x_{lim} - d')}{x_{lim}}$, $\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$.

❖ EXERCÍCIOS PROPOSTOS

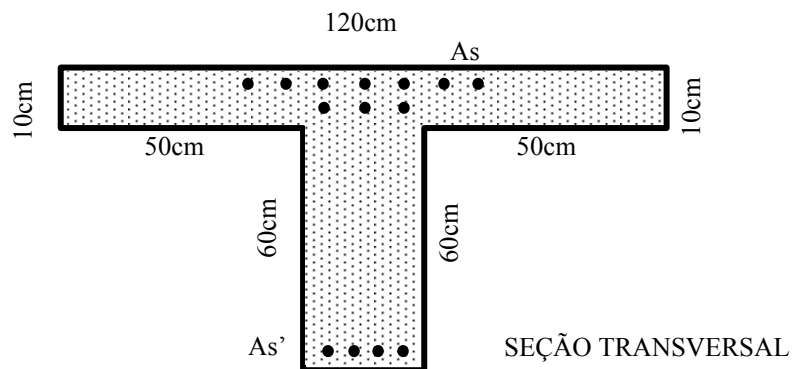
3) Dimensionar a armadura longitudinal necessária para que seção transversal da viga retangular (20/50) possa suportar o momento fletor de cálculo $M_d = 300\text{kNm}$ tracionando as fibras inferiores. Indicar as barras na seção transversal.

Dados: concreto C30 ; aço CA50 ; concretagem em más condições.

Resposta: $A_s = 18,7\text{cm}^2 - 6 \phi 20\text{mm}$; $A_s' = 4,6\text{cm}^2 - 4 \phi 12,5\text{mm}$

4) Determinar o momento fletor de cálculo (tracionando as fibras superiores) que pode suportar a seção transversal da viga abaixo com armadura longitudinal tracionada $A_s = 31,5\text{cm}^2$ e comprimida $A_s' = 8,0\text{cm}^2$.

Dados: concreto C35 ; aço CA50 ; altura útil da armadura tracionada $d = 63\text{cm}$; altura útil da armadura comprimida $d' = 5\text{cm}$; concretagem em condições normais.



Resposta: $M_d = 722,6\text{kNm}$